

V zestaw zadań z fizyki atomowej (Równanie Diraca)

1. Wyprowadzić równanie ciągłości dla naładowanej cząstki Diraca poruszającej się w polu elektromagnetycznym scharakteryzowanym czterowektorem potencjału $(\varphi, \mathbf{A})$.
2. Pokazać, że dla cząstki Diraca w polu siły centralnej operator orbitalnego momentu pędu $\hat{\mathbf{L}} = \mathbf{r} \times \hat{\mathbf{p}}$ *nie* jest stałą ruchu, jest nią natomiast operator całkowitego momentu pędu $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}}$, gdzie

$$\hat{\mathbf{S}} = \frac{1}{2}\hbar \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix},$$

$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z]$ — wektor zbudowany z macierzy Pauliego.

3. Znaleźć stacjonarne rozwiązanie równania Diraca opisujące cząstkę swobodną poruszającą się w dodatnim kierunku osi OZ .
4. Wyprowadzić równanie Pauliego, które w granicy nierelatywistycznej spełnia górną składową funkcji falowej dla naładowanej cząstki Diraca w niezależnym od czasu polu elektromagnetycznym opisanym potencjałem skalarnym $\varphi(\mathbf{r})$ i potencjałem wektorowym $\mathbf{A}(\mathbf{r})$. Czym różni się otrzymane równanie od analogicznego równania dla cząstki Schrödingera?
5. Posługując się równaniem Pauliego i stosując pierwszy rząd rachunku zaburzeń, znaleźć rozszczepienie poziomego podstawowego atomu wodoropodobnego umieszczonego w zewnętrznym stałym jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $\mathbf{B}$.