

Rozdział 1

Cząstki i fale

Celem tego rozdziału jest omówienie i wprowadzenie pewnych zasadniczych idei mechaniki kwantowej. Trzeba jednak wyraźnie podkreślić, że omawiane tu zagadnienia są przedstawione w sposób, który nie jest ani kompletny, ani też ścisły. Mechanika kwantowa burzy wiele z prostych i intuicyjnie oczywistych koncepcji fizyki klasycznej. Dlatego też w rozdziale tym wskażemy na pewne trudności interpretacyjne, które wymuszają odstępianie od idei typowo klasycznych.

1.1 Fale elektromagnetyczne i fotony

- Newton (XVII-XVIII w.) korpuskularna teoria światła.
- XIX w. – teoria falowa i jej doświadczalne potwierdzenia (Young, Fresnel, Maxwell, itd.). Teoria elektromagnetyzmu Maxwella jest w pełni falowa.
- 1900 – Planck i teoria promieniowania ciała doskonale czarnego. Konieczna hipoteza: kwantowanie energii.
- 1905 – Einstein, efekt fotoelektryczny. Światło składa się z kwantów o określonej energii – fotony.
- 1924 – efekt Comptona – światło ma naturę korpuskularną.

Wniosek : W oddziaływaniach światła z materią, światło zachowuje się jak strumień (wiązka, itp.) cząstek, zwanych fotonami. Fali elektromagnetycznej o częstotliwości $\nu = \omega/2\pi$ (ω – częstość) i długości fali $\lambda = c/\nu$ odpowiadają fotony o energii i pędzie wynoszących

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad \vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad \text{przy czym} \quad |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (1.1)$$

W zjawiskach typu interferencji czy dyfrakcji światło zachowuje się jak fala. Mamy więc do czynienia z dualizmem korpuskularno-falowym.

Stała Plancka

$$h = 6,62 * 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 * 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad (1.2)$$

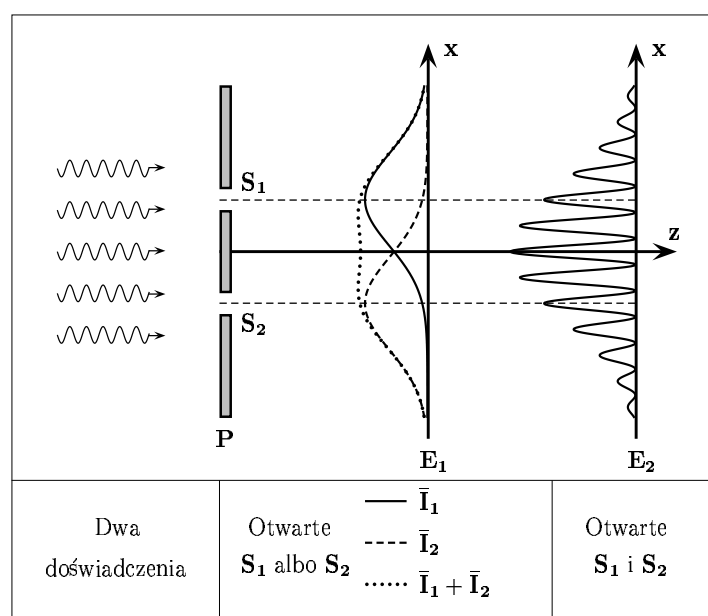
W tym wykładzie, mówiąc "stała Plancka" praktycznie zawsze będziemy mieć na myśli \hbar , a nie samo h , bo tak jest znacznie wygodniej.

1.2 Analiza doświadczenia interferencyjnego Young'a

Motto : *"W gruncie rzeczy nie potrafimy całkowicie wyjaśnić tajemniczego charakteru tego zjawiska [interferencji światła lub cząstek materialnych (SK)], to znaczy nie umiemy "wytłumaczyć", dlaczego przebiega w taki, a nie inny sposób, możemy natomiast "opowiedzieć", w jaki sposób ono przebiega, a mówiąc o tym, opowiemy równocześnie o podstawowych osobliwościach mechaniki kwantowej w ogóle."*

Richard P. Feynman

Rozważmy znane skądinąd doświadczenie ugięcia i interferencji światła na dwóch szczelinach (interferencyjne doświadczenie Young'a). Oba doświadczenia, o których będziemy mówić przedstawione są schematycznie na rysunku 1.1. Celem naszej analizy jest pokazanie, że korpuskularne i falowe aspekty natury światła są niezbędne do pełnej interpretacji zjawiska interferencji światła na dwóch szczelinach. W omawianych tu doświadczeniach światło pochodzi z pewnego źródła



Rys. 1.1: Schemat dwóch doświadczeń dyfrakcyjno-interferencyjnych na dwóch wąskich szczelinach.

znajdującego się daleko w lewo. Praktycznie równoległa wiązka rozchodzi się zgodnie z kierunkiem osi z i pada z lewej na przesłonę P , w której znajdują się dwie szczeliny S_1 i S_2 . Po przejściu przez nie, światło pada na ekran (E_1 w pierwszym, E_2 w drugim doświadczeniu). Na ekranie są gęsto rozmieszczone detektory, które zliczają padające fotony (mierzą natężenie światła). Zliczenia fotonów mogą być, w razie potrzeby, sumowane. Dają więc informację (w funkcji x – odległości od osi z) o powstałym na ekranie obrazie. Wyniki takich doświadczeń (tj. zależności natężeń od x) ilustrują wykresy "nad" ekranami E_1 i E_2 .

1.2.1 Eksperyment pierwszy – jedna szczelina otwarta

Jedna ze szczelin (najpierw S_2) jest zasłonięta, czyli światło przechodzi przez szczelinę S_1 i ulega na niej ugięciu (dyfrakcji), a następnie pada na ekran E_1 . W rezultacie, uśrednione po czasie natężenie \bar{I}_1 światła na ekranie E_1 przedstawia linia ciągła. Następnie, w drugiej części eksperymentu, zakrywamy szczelinę S_1 i pozwalamy światłu przechodzić przez szczelinę S_2 . Linia

przerywana \bar{I}_2 odpowiada uśrednionemu natężeniu mierzonemu w tej sytuacji. Linia kropkowana przedstawia sumę natężeń $\bar{I}_1 + \bar{I}_2$ zmierzonych w czasie obu części eksperymentu.

Fala ugięta na szczeliny S_i i padająca na ekran E_1 w pewnym punkcie odległym o x od osi z ma formalną postać

$$f_i = A_i(x) \cos(\omega t - kz + \phi_i), \quad i = 1, 2. \quad (1.3)$$

A_i jest zależna od x , bo energia fali kulistej maleje wraz z kwadratem odległości od źródła (w tym wypadku szczeliny).

Faza ϕ_i zależy od długości drogi optycznej od szczeliny S_i do danego punktu na ekranie, a więc także zależy od współrzędnej x . Natężenie takiej fali, mierzone przez detektory na ekranie wynosi

$$I_i = \alpha A_i^2(x) \cos^2(\omega t - kz + \phi_i), \quad (1.4)$$

gdzie współczynnik α zależy od wyboru układu jednostek. Uśredniając po okresie drgań fali uzyskamy

$$\bar{I}_i = \frac{1}{2} \alpha A_i^2(x), \quad (1.5)$$

bowiem \cos^2 uśrednia się do $1/2$. Wykresy na rysunku 1.1 ("nad" ekranem E_1) przedstawiają właśnie takie natężenia \bar{I}_1 oraz \bar{I}_2 , a także ich sumę, która jest złożeniem wyników dwóch części eksperymentu.

1.2.2 Eksperyment drugi – obie szczeliny otwarte

Teraz odsłaniamy jednocześnie obie szczeliny. Światło przechodzi w kierunku ekranu E_2 , na którym rejestrujemy charakterystyczne prążki interferencyjne. Natężenie światła na ekranie ma intensywne maksima (interferencja konstruktywna, gdy różnica dróg optycznych od szczelin S_1 i S_2 do danego punktu na ekranie jest całkowitą wielokrotnością długości fali λ) oraz minima (interferencja destruktywna, gdy różnica dróg optycznych jest nieparzystą wielokrotnością $\lambda/2$).

W tym przypadku, na detektor w danym punkcie ekranu E_2 padają dwie fale pochodzące z dwóch szczelin i detektor rejestruje natężenie (chwilowe)

$$\begin{aligned} I &= \alpha (f_1 + f_2)^2 \\ &= \alpha [A_1 \cos(\omega t - kz + \phi_1) + A_2 \cos(\omega t - kz + \phi_2)]^2 \\ &= \alpha A_1^2 \cos^2(\omega t - kz + \phi_1) + \alpha A_2^2 \cos^2(\omega t - kz + \phi_2) \\ &\quad + 2 \alpha A_1 A_2 \cos(\omega t - kz + \phi_1) \cos(\omega t - kz + \phi_2). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Z tożsamości trygonometrycznej $2 \cos \beta \cos \gamma = \cos(\beta + \gamma) + \cos(\beta - \gamma)$, wynika, że

$$\begin{aligned} I &= \alpha A_1^2 \cos^2(\omega t - kz + \phi_1) + \alpha A_2^2 \cos^2(\omega t - kz + \phi_2) \\ &\quad + \alpha A_1 A_2 \cos(2\omega t - 2kz + \phi_1 + \phi_2) \\ &\quad + \alpha A_1 A_2 \cos(\phi_1 - \phi_2). \end{aligned} \quad (1.7)$$

Uśredniając po czasie widzimy, że trzeci składnik nie daje wkładu (średnia wartość cosinusa jest równa zeru). Wobec tego

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \alpha A_1^2 + \frac{1}{2} \alpha A_2^2 + \alpha A_1 A_2 \cos(\phi_1 - \phi_2). \quad (1.8)$$

Wyrażając amplitudy przez natężenia (por. (1.5), $A_i = \sqrt{2\bar{I}_i/\alpha}$) otrzymujemy

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + 2\sqrt{\bar{I}_1 \bar{I}_2} \cos(\phi_1 - \phi_2). \quad (1.9)$$

Dla prostoty rozważań przyjmijmy że $A_1 = A_2$, a co za tym idzie $\bar{I}_1 = \bar{I}_2$, to wówczas natężenie \bar{I} światła rejestrowanego na ekranie E_2 zmienia się od $\bar{I}_{min} = 0$ do $\bar{I}_{max} = 4\bar{I}_1$. Natężenie \bar{I} nie jest więc prostą sumą natężeń światła biegnącego od każdej ze szczelin. Zauważmy ponadto, że zależność amplitud od x sprawia, że obraz interferencyjny jest także scharakteryzowany pewną obwiednią, która opisuje zanik obrazu, gdy odchylenie $|x|$ od środka ekranu staje się duże.

Różnica faz $\delta = (\phi_1 - \phi_2)$ występująca we wzorze (1.9) może być w zasadzie dowolna i zależy od różnicy dróg optycznych od szczeliny S_i do danego punktu na ekranie. Światło spójne (koherentne) charakteryzuje się dobrze określonymi i niezmiennymi w czasie różnicami fazowymi. W świetle niespójnym (niekoherentnym) różnice faz szybko i chaotycznie fluktuują w czasie. Gdybyśmy więc przeprowadzali doświadczenie interferencyjne z falą niespójną, wówczas różnice faz szybko zmieniałyby się i $\cos \delta$ uśredniłby się do zera. Na ekranie E_2 zaobserwowalibyśmy ten sam efekt, co przy zsumowaniu rezultatów doświadczenia pierwszego. Warunkiem otrzymania prążków interferencyjnych jest więc spójność wiązki padającej. Na ekranie E_2 obserwujemy prążki tylko wtedy, gdy światło przechodzące przez szczeliny S_1 i S_2 jest koherentne.

Warto tutaj polecić jako ćwiczenie, wyprowadzenie znanych ze szkoły warunków na położenie maksimów i minimów interferencyjnych

$$x = \begin{cases} \frac{n\lambda L}{d}, & \text{maksima} \\ \left(\frac{1}{2} + n\right) \frac{\lambda L}{d}, & \text{minima,} \end{cases} \quad (1.10)$$

gdzie d jest odległością pomiędzy szczelinami, zaś L odległością między przesłoną P , a ekranem E_2 , na którym rejestrujemy prążki interferencyjne.

1.2.3 Dyskusja opisu korpuskularnego

Interpretacja i opis zjawiska interferencji w języku teorii falowej nie sprawia poważniejszych trudności. Fale rozprzestrzeniają się w całej przestrzeni i w pewnych obszarach interferują konstruktywnie, a w innych destruktywnie. W naszym intuicyjnym podejściu cząstki to obiekty dobrze zlokalizowane przestrzennie, mające rozmiary znacznie mniejsze niż jakiekolwiek inne długości charakteryzujące doświadczenie (szerokość szczelin, czy odległość między nimi). Jak więc interpretować efekt interferencji w ujęciu korpuskularnym? Mówimy tu o świetle, a więc o fotonach, ale równie dobrze moglibyśmy mówić o innych cząstkach, np. o elektronach czy neutronach.

Fala padająca na przesłonę ulega ugięciu na szczelinach w przesłonie. Możemy uznać, że ugięcie takie można wyjaśnić zderzeniami fotonów z brzegami szczelin. Bardziej dokładna analiza pokazałaby, że nie jest to wyjaśnienie całkiem wystarczające, choć intuicyjnie sensowne. Aby więc nie komplikować sytuacji, pozostajmy przy tym niezbyt ścisłym wyjaśnieniu. Jednocześnie jednak powinniśmy zdać sobie sprawę, że już tutaj pojawia się pierwszy znak zapytania nad słusznością naszych intuicji polegających na zastosowaniu klasycznego rozumienia ruchu cząstek. Zliczenia fotonów odbywające się na ekranach, mogą polegać na badaniu stopnia zaczernienia kliszy fotograficznej. Można także stosować fotopowielacze, które komputerowo zliczają poszczególne fotony (i w razie potrzeby sumują takie zliczenia). A więc i to co dzieje się w konkretnym punkcie "na ekranie" możemy dość łatwo zrozumieć w ramach korpuskularnej interpretacji zjawiska. Trudności pojawiają się, gdy chcemy zrozumieć charakter całego obrazu zarejestrowanego na ekranie.

Doświadczenie pierwsze (z otwartą jedną szczeliną) nie nastręcza specjalnych trudności interpretacyjnych. Fotony padające na otwartą szczelinę uginają swój tor lotu (ulegają na niej dyfrakcji). W rezultacie obserwujemy krzywą natężenia z maksimum naprzeciwko szczeliny otwartej. Rzeczywiście nie widać tu specjalnych kłopotów z interpretacją.

Doświadczenie drugie jest już znacznie trudniejsze do interpretacji. Jak to się dzieje, że cząstki – fotony dają na ekranie E_2 prążki interferencyjne? Być może fotony jakoś oddziałują ze sobą przed i za przesłoną? Nie ma jednak żadnych przesłanek fizycznych, aby sądzić, że takie oddziaływania w ogóle istnieją. Co więcej, współczesne urządzenia pozwalają wysyłać i rejestrować pojedyncze fotony (innymi słowy można wiązkę padającą bardzo osłabić). Detektory (fotopowielacze) będą więc rejestrować pojedyncze "kliknięcia". W takim przypadku lecący ku ekranowi foton nie ma partnera, z którym mógłby oddziaływać. Jeżeli więc za powstanie obrazu interferencyjnego odpowiedzialne są jakieś oddziaływania pomiędzy fotonami, to obraz interferencyjny powinien zniknąć. Jaki więc będzie obraz powstały na ekranie przy sumowaniu zliczeń, gdy padają nań pojedyncze fotony tak, aby zjawiska ugięcia kolejnych fotonów na szczelinie i potem ich detekcja były zdarzeniami niezależnymi?

Gdy otwarte są obie szczeliny, a czas rejestracji jest krótki (tylko kilka fotonów zdążyło dolecieć do ekranu) obserwujemy dobrze zlokalizowane punkty, w których kolejne fotony uderzają w ekran. Rozkład tych punktów jest losowy, w tym sensie, że przy powtarzaniu doświadczenia punkty te są rozłożone za każdym razem w inny sposób. A zatem, w krótkim czasie, widzimy na ekranie pojedyncze punkty. Sugeruje to, że potrzebna jest interpretacja korpuskularna, która na dodatek powinna mieć charakter probabilistyczny. Rozumiemy przez to, że potrzebny jest jakiś sposób obliczania prawdopodobieństwa tego, gdzie padnie foton.

Jeżeli jednak czas obserwacji rośnie, to rejestrujemy coraz więcej fotonów i widzimy, że zsumowany obraz na ekranie coraz lepiej odtwarza prążki interferencyjne. Obraz interferencyjny "buduje się" wraz z upływem czasu. A zatem wygląda na to, że w tej sytuacji potrzebne jest podejście na gruncie teorii falowej (bo właśnie ona daje poprawny opis prążków).

Otrzymaliśmy więc dwa wnioski. Przy małej liczbie fotonów (krótki czas rejestracji) wydaje się, że potrzebujemy opisu korpuskularnego, a na dodatek mającego charakter probabilistyczny, bo identyczne fotony ulegają ugięciu w przypadkowy (losowy) sposób. Natomiast przy dużej liczbie fotonów (długi czas) właściwy jest opis falowy. Stwierdzenia te są nie do pogodzenia. Co bowiem trzeba wybrać, gdy liczba fotonów (i czas rejestracji) są średnie, ani małe ani duże?

Może foton, przy przejściu przez przesłonę dzieli się na jakieś subcząstki, które oddziałując ze sobą dają na ekranie obraz interferencyjny? Gdyby jednak tak było, to stosując odpowiednio czułe detektory rejestrowalibyśmy na ekranie kilka "kliknięć" (przy jednym fotonie padającym). To się jednak nigdy nie zdarza. Foton albo jest zarejestrowany, albo nie – jest niepodzielny. Może więc jego trajektoria jest bardzo skomplikowana (np. zapętłona przez obie szczeliny). Jednak taka hipoteza jest zarówno dziwaczna, jaki i nie może doprowadzić do jakiegokolwiek opisu wzoru interferencyjnego powstałego na ekranie. A więc droga do wyjaśnienia interferencji nie prowadzi przez wprowadzanie dziwnych hipotez.

Zwróćmy uwagę na jeszcze jedną trudność. Intuicja (klasyczna) podpowiada, że foton, lecąc od źródła ku przesłonie, przelatuje następnie albo przez szczelinę S_1 , albo przez S_2 . Ugina się na niej i potem trafia w ekran w pewnym punkcie x . Jeżeli foton przeleciał przez jedną szczelinę, to co za różnica czy druga jest zasłonięta czy otwarta. Natrafiamy więc na jeszcze jeden trudny aspekt. Wyniki doświadczeń przy jednej szczelinie zasłoniętej i przy obu otwartych są przecież zasadniczo różne. Wskazuje to, że określenie przez którą szczelinę przeleciał foton, niszczy obraz interferencyjny. Rzeczywiście tak jest. W dalszym ciągu wykładu (po omówieniu zasady nieoznaczoności) głębiej uzasadnimy ten fakt.

Na zakończenie podkreślimy raz jeszcze, że nasze rozważania dotyczące interferencji świa-

tła (fotonów) mogą równie dobrze dotyczyć dowolnych cząstek materialnych, jak np. elektrony czy protony. Co więcej dzisiejsza technika doświadczalna pozwala przeprowadzać eksperymenty interferencyjne, w których uczestniczą atomy. Odpowiednio przygotowane atomy tworzą tzw. kondensat Bose-Einsteina, w którym bada się różnorodne zjawiska. Zagadnienia te, ze względu na falowy charakter materii, nazywane bywają optyką atomową.

1.3 Dualizm korpuskularno–falowy

1.3.1 Podsumowanie omawianych doświadczeń

1. Pojedynczy foton ulega ugięciu na szczelinie i trafia w ekran losowo. Nie umiemy przewidzieć, gdzie konkretnie trafi.
2. Długotrwała obserwacja (sumowanie rejestracji pojedynczych fotonów) prowadzi do powstania obrazu interferencyjnego (prążków jasnych i ciemnych). Potrafimy ściśle przewidzieć gdzie powstaną prążki jasne, a gdzie ciemne. Sugeruje to, że fotony trafiają w pewne punkty ekranu z większym, a w inne z mniejszym prawdopodobieństwem.
3. W pewnych sytuacjach sensowny wydaje się opis korpuskularny, a w innych falowy. Jak trzeba więc postępować, aby pogodzić ze sobą dwa, zasadniczo różne, typy podejść teoretycznych?
4. Warunkiem otrzymania obrazu interferencyjnego jest niemożność określenia przez którą szczelinę przeleciał foton. Każe to wątpić, czy foton ma dobrze określoną trajektorię (w rozumieniu fizyki klasycznej).

Podsumowując, możemy stwierdzić, że dyskusja zjawiska interferencji prowadzi do tajemniczych, i dziwnych wniosków. Naszą dyskusję prowadziliśmy dla światła – fotonów. Równie dobrze można by rozważać, na przykład, elektrony. Wnioski byłyby identyczne. Piękną dyskusję interferencji elektronów można znaleźć w podręczniku Feynmana (t.I, cz.2, rozdz.37, str.173).

1.3.2 Kwantowa unifikacja obu aspektów

W świetle powyższej dyskusji widzimy, że pełny opis (wszystkich wspomnianych aspektów) zjawiska interferencji nie jest możliwy, jeśli rozumując na gruncie zasad fizyki klasycznej bierzemy pod uwagę tylko podejście korpuskularne, albo tylko falowe. Co więcej, wydawać by się mogło, że bazując na koncepcjach fizyki klasycznej nie można pogodzić obu spojrzeń. Pokażemy, że tak być nie musi, choć automatycznie okaże się konieczna bardzo krytyczna analiza koncepcji i intuicyjnych pojęć obecnych w dobrze znanej fizyce klasycznej. Wiele swojskich i dobrze ugruntowanych intuicji klasycznych trzeba odrzucić, aby poprawnie i spójnie opisać zjawiska mikroświata. Omówimy teraz wskazane wyżej trudności i pozorne paradoksy, choć być może w nieco innej kolejności.

Po pierwsze zauważmy, że określenie przez którą szczelinę przelatuje foton wymaga jakiegoś dodatkowego mechanizmu detekcji. Wiemy zaś, że za taką informację "płacimy" zanikiem obrazu interferencyjnego (por. rysunek 1.1, ekran E_1).

Wniosek : Pomiar (w tym wypadku prosta detekcja fotonu) wykonany na układzie fizycznym w zasadniczy sposób zakłóca układ. Tego nie ma w fizyce klasycznej, gdzie proces pomiaru ma zaniedbywalny wpływ na badany układ fizyczny.

Po drugie, intuicyjnie czujemy, że foton przechodzi przez którąś ze szczelin (nie dzieli się na subcząstki), jednak zachowuje się zupełnie inaczej w zależności od tego, czy druga szczelina jest otwarta, czy nie.

Wniosek : Intuicyjna koncepcja cząstki (fotonu) przelatującego przez określoną szczelinę musi zostać odrzucona. W konsekwencji pojęcie trajektorii cząstki należy postawić pod znakiem zapytania. Trzeba je albo w zasadniczy sposób zrewidować, albo wręcz całkowicie odrzucić.

I wreszcie po trzecie, fotony padające pojedynczo na ekran, stopniowo (wraz z upływem czasu – wzrostem całkowitej liczby zarejestrowanych fotonów) budują obraz interferencyjny. Natomiast dla pojedynczego fotonu mamy wyraźny aspekt probabilistyczny. Mimo, że fotony są emitowane przez źródło w identycznych warunkach, to jednak padają na ekran w różnych punktach. Nie możemy przewidzieć, gdzie trafi pojedynczy foton.

Wniosek : Warunki początkowe nie określają jednoznacznie wyników doświadczenia (stanu końcowego). Tak więc kolejna koncepcja klasyczna musi być zakwestionowana lub wręcz odrzucona. Przewidywania fizyczne dla pojedynczej cząstki mają charakter probabilistyczny. Możemy badać jedynie prawdopodobieństwo tego, że foton trafi w ten czy inny punkt ekranu. Przy wielu cząstkach (wiele kolejnych zdarzeń) potrafimy obliczyć rozkład statystyczny – określić, w które punkty ekranu trafi dużo, a w które mało cząstek.

Zupełnie analogiczne wnioski otrzymamy analizując całkiem inne eksperymenty u podstaw których leży zjawisko interferencji. Przykładami mogą być dyfrakcja elektronów na kryształach, rozpraszanie neutronów na jądrach (oddziaływania silne) atomów tworzących ciała o najróżniejszych strukturach.

1.3.3 Dualizm korpuskularno–falowy

Aspekty falowe i korpuskularne są nierozłączne. Oba są potrzebne do opisu interferencji (jak również wielu innych zjawisk). Światło, a także inne cząstki – składniki mikroświata, zachowują się jak fala i jak faktyczne cząstki materialne. Podejście falowe umożliwia obliczanie prawdopodobieństw tego, co stanie się z cząstką w danej sytuacji fizycznej. Aby to stwierdzenie wyjaśnić, znów powracamy do światła i fotonów.

Informacje o fotonie zawarte są (jest to jedna z możliwości) w natężeniu pola elektrycznego $\vec{E}(\vec{r}, t)$ fali elektromagnetycznej. Pole to jest rozwiązaniem równań Maxwella. W przeprowadzonej powyżej analizie f_i (por. (1.3)) oznaczało np. jedną ze składowych pola \vec{E} . Amplitudę fali możemy próbować interpretować jako amplitudę prawdopodobieństwa znalezienia fotonu w punkcie \vec{r} w chwili t . Stwierdzenie to oznacza, że kwadrat modułu amplitudy, a więc natężenie światła $I \sim |\vec{E}|^2$ jest miarą prawdopodobieństwa tego, gdzie (w danej chwili) znajduje się foton (miarą, bo aby w sposób ścisły mówić o prawdopodobieństwie, należałoby najpierw odpowiednio unormować natężenie I do jedynki).

Powyższe rozważania dotyczące fotonu są zdecydowanie nieścisłe, pozwalają jednak wnioskować, że jedna z głównych idei mechaniki kwantowej polegać powinna na tym, aby cząstce przypisać pewną funkcję $\psi(\vec{r}, t)$ która nosi cechy fali. Ta funkcja falowa powinna mieć charakter amplitudy prawdopodobieństwa pozwalający na wyliczenie prawdopodobieństwa tego, co może dać pomiar takiej czy innej wielkości fizycznej. Co więcej, falowy charakter funkcji $\psi(\vec{r}, t)$ powinien zapewniać możliwości zachodzenia zjawiska interferencji. Oczywiście na razie nie wiemy w jaki sposób wyznaczać taką funkcję, ani też jakimi własnościami powinna się charakteryzować. Na różnorodne, powstające w tym miejscu pytania dotyczące funkcji falowej związanej z daną cząstką, będziemy sukcesywnie odpowiadać w dalszym ciągu wykładu. Na razie poprzestaniemy na postulacie, że z każdą cząstką musimy wiązać pewną funkcję $\psi(\vec{r}, t)$ – funkcję falową.

Należy tu jednak stwierdzić, że choć dyskusja własności światła okazała się być owocna, to jednak fotonom – cząstkom ultrarelatywistycznym, w zasadzie nie można przyporządkować

funkcji falowej (próby takie, mniej czy bardziej udane, znane są z literatury przedmiotu). Analogia "optyczna" jest owocna i pożyteczna. Trzeba jednak pamiętać, że **NIE** wolno iść zbyt daleko i wierzyć, że pole $\vec{E}(\vec{r}, t)$ ściśle opisuje stan fotonu. Opis taki wymaga teorii relatywistycznej, jaką jest elektrodynamika kwantowa. W dyskutowanych tutaj zagadnieniach mamy do czynienia jedynie z analogią. Pomimo tego zastrzeżenia, poczynimy jeszcze pewne dodatkowe uwagi na temat światła – fotonów. Wnioski jakie uzyskamy będą bowiem dotyczyć także funkcji falowych związanych z cząstkami materialnymi (elektronami, protonami, itp.).

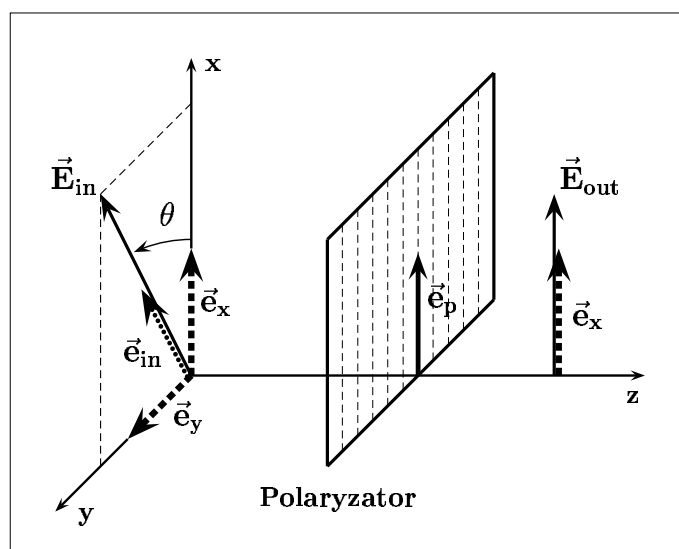
Równania Maxwella są liniowe, obowiązuje więc zasada superpozycji. Zasada ta stwierdza, że jeśli \vec{E}_1 i \vec{E}_2 opisują fale elektromagnetyczne, to również $a_1\vec{E}_1 + a_2\vec{E}_2$ (gdzie a_j są dowolnymi stałymi) także jest taką falą. Zasada ta leży u podstaw klasycznego wyjaśnienia zjawiska interferencji. W fizyce kwantowej, gdzie będziemy mówić o funkcjach falowych $\psi(\vec{r}, t)$ zasada superpozycji musi także obowiązywać i dotyczyć właśnie samych funkcji falowych – amplitud prawdopodobieństwa. Sprawia to, że w domenie kwantowej także będziemy mieć do czynienia ze zjawiskami interferencji (na przykład fal związanych z elektronami).

Jak już mówiliśmy, teoria kwantowa (łącząca aspekty korpuskularny i falowy) pozwala jedynie na obliczanie prawdopodobieństw zajścia pewnych zdarzeń (wyników pomiarów). Eksperyment musi więc bazować na wielokrotnych powtórzeniach doświadczenia w identycznych warunkach. W przypadku doświadczenia Young'a potrzeba było bardzo wielu fotonów, aby w końcu powstał obraz interferencyjny, określający gdzie fotony "najchętniej" (z największym prawdopodobieństwem) trafiają w ekran.

1.4 Idea rozkładu spektralnego

1.4.1 Dyskusja eksperymentu polaryzacyjnego

Omówimy teraz inne doświadczenie optyczne, związane z polaryzacją fal świetlnych. Znów podkreślamy, że mówimy o świetle ze względu na większą pogładowość dyskusji. Moglibyśmy równie dobrze mówić o innych doświadczeniach, np. o doświadczeniu Sterna-Gerlacha dotyczącym spinu



Rys. 1.2: Schemat doświadczenia polaryzacyjnego.

elektronu. Układ doświadczalny byłby zupełnie inny. Rolę polaryzatorów spełniałyby odpowied-

nio skonstruowane magnesy. Analiza doświadczenia byłaby nieco bardziej złożona, lecz zasadnicze wnioski pozostałyby niezmienione. Skupimy się więc na dyskusji światła, mając jednak w pamięci wspomniane w poprzedniej części rozdziału ograniczenia.

Rozważamy wiązkę światła spolaryzowanego rozprzestrzeniającego się wzdłuż osi z i padającą z lewej strony na polaryzator. Fale taką opisujemy za pomocą formuły

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 \vec{e}_{in} e^{i(\omega t - kz)}. \quad (1.11)$$

Jednostkowy wektor polaryzacji \vec{e}_{in} tworzy z osią x kąt θ (por. rys 1.2) i ze względu na poprzeczność fali elektromagnetycznej, leży w płaszczyźnie xy . E_0 jest pewną amplitudą fali. Fala ta pada na polaryzator, który przepuszcza światło o polaryzacji wzdłuż $\vec{e}_p = \vec{e}_x$, natomiast pochłania fale o polaryzacji wzdłuż \vec{e}_y . A więc za polaryzatorem falę przechodzącą przedstawimy wzorem

$$\vec{E}_{out}(\vec{r}, t) = E'_0 \vec{e}_x e^{i(\omega t - kz)}, \quad (1.12)$$

co opisuje falę całkowicie spolaryzowaną wzdłuż kierunku ustawienia polaryzatora.

Ponadto, znane z klasycznej optyki prawo Malusa orzeka, że natężenie światła przechodzącego określone jest przez kąt θ (jaki tworzy wektor polaryzacji padającego światła z kierunkiem ustawienia polaryzatora) wzorem

$$I' = I_0 \cos^2 \theta, \quad (1.13)$$

gdzie I_0 jest natężeniem światła padającego na polaryzator. Gdy polaryzacja fali padającej tworzy kąt $\theta \rightarrow 0$ z osią x to "cała fala" przechodzi. Jeżeli zaś $\theta \rightarrow \pi/2$, to polaryzator jest nieprzezroczysty dla fali padającej (o polaryzacji prostopadłej do jego ustawienia). Widzimy więc, że analiza tego doświadczenia na poziomie klasycznym, w języku teorii falowej, jest dobrze znana i intuicyjnie oczywista.

Dyskusja korpuskularna

Jak zaś omówić doświadczenie polaryzacyjne w ramach podejścia korpuskularnego?

Sytuacja fizyczna jest ta sama, co przedstawiona na rysunku 1.2. Światło padające ma polaryzację w kierunku \vec{e}_{in} tworzącym kąt θ z osią x . Założmy dalej, że wiązka padająca jest bardzo osłabiona tak, że na polaryzator padają pojedyncze fotony. Detektor zliczający fotony umieszczony jest zaraz za polaryzatorem, jego "kliknięcie" oznacza, że foton przeszedł przez polaryzator. Zgodnie z naszą intuicją foton albo przejdzie przez polaryzator, albo nie. Nie wiemy na pewno, co się stanie z fotonem o polaryzacji $\vec{e}_{in} \neq \vec{e}_p$. Musimy myśleć w kategoriach probabilistycznych. Nonsensem jest bowiem "ułamek fotonu". Po doświadczeniu z wieloma fotonami (a więc po dostatecznie długim czasie), gdy źródło wyemituje $N \gg 1$ fotonów, możemy oczekiwać, że detektor za polaryzatorem zarejestruje $N \cos^2 \theta$ fotonów. Efekt (rezultat) klasyczny, zgodny z teorią falową odtwarza się dopiero wtedy, gdy N jest duże. Potwierdza się więc oczekiwanie, że opis pojedynczego fotonu musi mieć aspekt probabilistyczny. Oznacza to, że znów jesteśmy zmuszeni zrewidować pojęcia intuicyjne, oczywiste na gruncie fizyki klasycznej.

1.4.2 Wnioski kwantowo-mechaniczne

1. Pomiar (w tym wypadku detekcja fotonu po przejściu przez polaryzator), może dawać tylko pewne, ściśle określone wyniki (tzw. rezultaty lub wartości własne). W diskutowanym doświadczeniu mamy dwie możliwości
 - foton przechodzi przez polaryzator;
 - foton nie przechodzi.

Wynik pomiaru jest więc "skwantowany" – przyjmuje tylko określone dopuszczalne wartości. W przypadku klasycznym, nie ma ograniczeń na wynik doświadczenia, natężenie I' fali przechodzącej (przy danym I_0) może przyjmować dowolne wartości.

2. Każdemu dopuszczalnemu wynikowi pomiaru (doświadczenia) odpowiada tzw. stan własny. Tutaj mamy dwa takie stany,

$$\vec{e}_{in} = \vec{e}_x, \quad \text{oraz} \quad \vec{e}_{in} = \vec{e}_y. \quad (1.14)$$

Jeżeli polaryzację fotonu padającego określa $\vec{e}_{in} = \vec{e}_x$, to foton przechodzi przez polaryzator, jeżeli zaś $\vec{e}_{in} = \vec{e}_y$, to foton jest pochłonięty i nie przechodzi. Odpowiedniość między rezultatami (wartościami) własnymi, a stanami własnymi można więc określić tak: jeśli foton przed pomiarem (przejściem przez polaryzator) jest w jednym ze stanów własnych to rezultat pomiaru występuje z prawdopodobieństwem 1 i jest odpowiednim rezultatem (wartością) własną.

3. Jeżeli przed pomiarem (tj. przed przejściem przez polaryzator) stan fotonu jest dowolny (np. $\vec{e}_{in} = (\cos \theta, \sin \theta)$, jak na rysunku 1.2), to jedynie możliwe jest określenia prawdopodobieństwa otrzymania jednego z rezultatów własnych. Możemy wówczas mówić, że z takim to a takim prawdopodobieństwem foton przejdzie przez polaryzator. Aby znaleźć to prawdopodobieństwo, trzeba stan fotonu rozłożyć na kombinację liniową stanów własnych. W naszym przypadku mamy

$$\vec{e}_{in} = \vec{e}_x \cos \theta + \vec{e}_y \sin \theta. \quad (1.15)$$

Prawdopodobieństwo otrzymania w wyniku pomiaru jednego z rezultatów własnych otrzymujemy biorąc kwadrat modułu współczynnika stojącego przy danym stanie własnym. Oczywiście suma prawdopodobieństw wszystkich możliwych rezultatów pomiaru musi dawać 1. Ostatnie żądanie wynika stąd, że jakikolwiek (spośród dopuszczalnych) wynik otrzymujemy z pewnością, a więc z prawdopodobieństwem 1. W przypadku doświadczenia polaryzacyjnego, z (1.15) wynika, że

$$P_{przejsie} = \cos^2 \theta, \quad \text{oraz} \quad P_{absorpcja} = \sin^2 \theta. \quad (1.16)$$

Suma tych prawdopodobieństw jest oczywiście równa 1, tak jak być powinno. I tak na przykład, gdy $\theta = \pi/2$ otrzymujemy $P_{przejsie} = 0$, $P_{absorpcja} = 1$. Przedstawione tu zasady stanowią przykład koncepcji tzw. rozkładu spektralnego. Rozkład typu (1.15) jest specyficzny dla omawianego doświadczenia polaryzacyjnego i wynika on z kierunków narzuconych przez wybraną orientację polaryzatora. W ogólnym wypadku, analogiczne rozkłady są określone charakterem eksperymentu i mogą być bardzo różne. W trakcie wykładu napotkamy wiele różnych przykładów takich rozkładów – rozkładów spektralnych.

4. Po przejściu przez analizator światło jest całkowicie spolaryzowane wzdłuż kierunku $\vec{e}_p = \vec{e}_x$. Jeśli dalej umieścimy drugi, tak samo zorientowany polaryzator to fotony nań padające mają już ściśle określoną polaryzację $\vec{e}_p' = \vec{e}_x$. A więc według pkt. 2 i 3 znajdują się w stanie własnym odpowiadającym ustawieniu drugiego polaryzatora. Wobec tego przejdą przezeń z prawdopodobieństwem równym jedności. Z powyższych rozważań wynika, że skutkiem pierwszego pomiaru polaryzacji dla fotonu, który miał polaryzację dowolną $\vec{e}_{in} = (\cos \theta, \sin \theta)$, jest skokowa jej zmiana na \vec{e}_x . Przed polaryzatorem mieliśmy $\vec{E}(\vec{r}, t) \parallel \vec{e}_{in}$. Po przejściu mamy dodatkową informację – foton przeszedł. Ta nowa informacja przejawia się w zmianie stanu. Polaryzacja jest teraz opisana wektorem \vec{e}_x . Potwierdza to poczynione uprzednio stwierdzenie, że pomiar w istotny sposób zakłóca (wręcz zmienia) stan układu fizycznego.

Omawiane tutaj doświadczenie polaryzacyjne pozwala wyrobić sobie pewne intuicje dotyczące zasadniczych koncepcji mechaniki kwantowej. Jej formalizm matematyczny jest bowiem bardzo złożony i często koncepcje fizyczne są ukryte w "gąszczu matematycznym".

* * * * *