

# Spis treści

<b>I</b>	<b>CZEŚĆ GŁÓWNA WYKŁADU</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Cząstki i fale</b>	<b>1</b>
1.1	Fale elektromagnetyczne i fotony . . . . .	1
1.2	Analiza doświadczenia interferencyjnego Young'a . . . . .	2
1.2.1	Eksperyment pierwszy – jedna szczelina otwarta . . . . .	2
1.2.2	Eksperyment drugi – obie szczeliny otwarte . . . . .	3
1.2.3	Dyskusja opisu korpuskularnego . . . . .	4
1.3	Dualizm korpuskularno-falowy . . . . .	6
1.3.1	Podsumowanie omawianych doświadczeń . . . . .	6
1.3.2	Kwantowa unifikacja obu aspektów . . . . .	6
1.3.3	Dualizm korpuskularno-falowy . . . . .	7
1.4	Idea rozkładu spektralnego . . . . .	8
1.4.1	Dyskusja eksperymentu polaryzacyjnego . . . . .	8
1.4.2	Wnioski kwantowo-mechaniczne . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Funkcje falowe i równanie Schrödingera</b>	<b>12</b>
2.1	Funkcja falowa . . . . .	12
2.2	Równanie Schrödingera . . . . .	13
2.2.1	Uwagi i komentarze . . . . .	14
2.2.2	Uzasadnienie równania Schrödingera . . . . .	15
2.2.3	Dalsze uwagi i komentarze . . . . .	17
2.2.4	Uogólnienie . . . . .	18
2.3	Własności funkcji falowych . . . . .	18
2.3.1	Probabilistyczna interpretacja funkcji falowej . . . . .	18
2.3.2	Gęstość i prąd prawdopodobieństwa . . . . .	20
2.4	Stacjonarne równanie Schrödingera . . . . .	22
2.4.1	Wprowadzenie . . . . .	22
2.4.2	Cząstka swobodna . . . . .	24
2.4.3	Stany związane i rozproszeniowe . . . . .	27
2.4.4	Warunki ciągłości dla funkcji falowych . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Podstawy formalizmu mechaniki kwantowej</b>	<b>30</b>
3.1	Przestrzeń funkcji falowych i operatory . . . . .	30
3.1.1	Przestrzeń funkcji falowych – przestrzeń Hilberta . . . . .	30
3.1.2	Operatory na przestrzeni funkcji falowych . . . . .	32
3.1.3	Operatory hermitowskie . . . . .	35
3.2	Obserwable i pomiary . . . . .	37
3.2.1	Obserwable . . . . .	37
3.2.2	Wyniki pomiarów i ich prawdopodobieństwa . . . . .	38
3.3	Wartości oczekiwane . . . . .	43
3.3.1	Dyskusja dodatkowa. Dyspersje . . . . .	46
3.4	Konstrukcja operatorów – obserwabli . . . . .	47
3.4.1	Operatory położenia i pędu . . . . .	47
3.4.2	Zasada odpowiedniości . . . . .	48
3.4.3	Hamiltonian cząstki . . . . .	50
3.5	Nawiasy Poissona i relacje komutacyjne. Metoda kwantowania . . . . .	50
<b>4</b>	<b>Równanie Schrödingera</b>	<b>52</b>
4.1	Zachowanie normy wektora stanu – funkcji falowej . . . . .	52
4.2	Równanie Schrödingera dla układu konserwatywnego . . . . .	53
4.2.1	Ewolucja w czasie dla stanu stacjonarnego . . . . .	54
4.2.2	Normowanie stacjonarnej funkcji falowej (4.25) . . . . .	56
4.2.3	Stan początkowy – stan własny hamiltonianu . . . . .	57
4.2.4	Uwagi o zachowaniu energii . . . . .	57
4.3	Ewolucja wartości oczekiwanej obserwabli . . . . .	58
4.3.1	$\langle A \rangle_t$ – liczbowa funkcja czasu . . . . .	58
4.3.2	Równanie ruchu dla $\langle A \rangle_t$ . . . . .	58
4.4	Twierdzenie Ehrenfesta . . . . .	60
4.4.1	Wyprowadzenie równań Ehrenfesta . . . . .	60

4.4.2	Dyskusja. Granica klasyczna . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Zasada nieoznaczoności</b>	<b>63</b>
5.1	Formalna zasada nieoznaczoności . . . . .	63
5.1.1	Średnie i dyspersje. Pojęcia wstępne . . . . .	63
5.1.2	Zasada nieoznaczoności . . . . .	65
5.1.3	Warunki minimalizacji zasady nieoznaczoności . . . . .	65
5.2	Dyskusja i pewne zastosowania . . . . .	66
5.2.1	Ogólne sformułowanie . . . . .	66
5.2.2	Relacja nieoznaczoności położenie–pęd . . . . .	67
5.2.3	Zastosowanie do atomu w modelu Bohra . . . . .	68
5.3	Zasada nieoznaczoności energia – czas . . . . .	69
<b>6</b>	<b>Ważny przykład – oscylator harmoniczny</b>	<b>71</b>
6.1	Wprowadzenie . . . . .	71
6.2	Stacjonarne równanie Schrödingera dla oscylatora . . . . .	72
6.2.1	Zamiana zmiennych . . . . .	72
6.2.2	Zachowanie asymptotyczne . . . . .	74
6.2.3	Równanie dla funkcji $f(\xi)$ . . . . .	75
6.3	Rozwiązanie via konfluentna funkcja hipergeometryczna . . . . .	75
6.3.1	Konfluentne równanie hipergeometryczne. Rozwiązanie . . . . .	75
6.3.2	Dyskusja rozwiązań . . . . .	76
6.3.3	Wielomiany Hermite’a. Funkcje własne . . . . .	78
6.3.4	Podsumowanie: funkcje i energie własne oscylatora . . . . .	79
6.4	Pewne zastosowania . . . . .	80
6.4.1	Element macierzowy operatora położenia . . . . .	80
6.4.2	Element macierzowy operatora pędu . . . . .	81
6.4.3	Elementy macierzowe $\langle k   \hat{x}^2   n \rangle$ oraz $\langle k   \hat{p}^2   n \rangle$ . . . . .	82
6.4.4	Zasada nieoznaczoności i energia stanu podstawowego . . . . .	83
<b>7</b>	<b>Notacja Diraca</b>	<b>84</b>
7.1	Abstrakcyjna przestrzeń wektorów stanu . . . . .	84
7.2	Kety i bra. Notacja Diraca . . . . .	85
7.3	Operatory liniowe . . . . .	86
7.3.1	Operatory, kety i bra . . . . .	86
7.3.2	Operator rzutowy . . . . .	87
7.4	Sprzężenia hermitowskie w notacji Diraca . . . . .	88
7.4.1	Definicja operatora sprzężonego . . . . .	88
7.4.2	Własności sprzężenia hermitowskiego . . . . .	88
7.4.3	Uwagi dodatkowe i przykłady . . . . .	89
7.4.4	Notacja Diraca – reguły mnemotechniczne . . . . .	89
7.5	Operatory hermitowskie – obserwabli . . . . .	90
<b>8</b>	<b>Reprezentacje w przestrzeni stanów</b>	<b>91</b>
8.1	Definicja reprezentacji . . . . .	91
8.1.1	Intuicyjne wprowadzenie . . . . .	91
8.1.2	Relacje ortonormalności i zupełności . . . . .	92
8.2	Reprezentacje ketów, bra oraz operatorów . . . . .	93
8.2.1	Reprezentacje ketów i bra . . . . .	93
8.2.2	Reprezentacja iloczynu skalarnego . . . . .	93
8.2.3	Uwagi o normowaniu . . . . .	94
8.2.4	Reprezentacja $ \psi'\rangle = \hat{A} \psi\rangle$ . . . . .	94
8.2.5	Reprezentacja iloczynu operatorów . . . . .	95
8.2.6	Elementy macierzowe operatora sprzężonego . . . . .	96
8.2.7	Wyrażenie dla $\langle \varphi   \hat{A}   \psi \rangle$ . . . . .	96
8.3	Operatory rzutowe i rozkład spektralny obserwabli . . . . .	97
8.3.1	Projektory jednowymiarowe . . . . .	97
8.3.2	Projektory wielowymiarowe . . . . .	98
8.3.3	Rozkład spektralny obserwabli . . . . .	98
8.4	Nowa terminologia . . . . .	99
8.4.1	Funkcje falowe w reprezentacji $U$ . . . . .	100
8.4.2	Operatory w reprezentacji $U$ . . . . .	100
8.4.3	Uwagi dodatkowe . . . . .	101
<b>9</b>	<b>Reprezentacje położeniowa i pędowa</b>	<b>103</b>
9.1	Reprezentacja położeniowa . . . . .	103
9.1.1	Definicja reprezentacji położeniowej . . . . .	103
9.1.2	Funkcje falowe w reprezentacji położeniowej . . . . .	104
9.1.3	Operatory w reprezentacji położeniowej . . . . .	105
9.1.4	Operator pędu w reprezentacji położeniowej . . . . .	105
9.1.5	Zasada odpowiedniości w reprezentacji położeniowej . . . . .	107
9.2	Reprezentacja pędowa . . . . .	107
9.3	Związek między reprezentacjami $ \vec{r}\rangle$ i $ \vec{p}\rangle$ . . . . .	109
9.3.1	Wprowadzenie . . . . .	109

9.3.2	Funkcje własne pędu w reprezentacji położeniowej . . . . .	110
9.3.3	Zmiana reprezentacji – pary fourierowskie . . . . .	111
9.3.4	Cząstka swobodna . . . . .	112
9.3.5	Kłopoty interpretacyjne . . . . .	113
<b>10</b>	<b>Zupełny zbiór obserwabli komutujących</b>	<b>115</b>
10.1	Twierdzenia matematyczne . . . . .	115
10.2	Zupełny zbiór obserwabli komutujących (ZZOK) . . . . .	118
10.3	Uwagi praktyczne . . . . .	119
<b>11</b>	<b>Postulaty mechaniki kwantowej</b>	<b>120</b>
11.1	Postulat 1: wektor stanu . . . . .	120
11.2	Postulat 2: obserwabla . . . . .	121
11.3	Postulat 3: wyniki pomiarów – wartości własne obserwabli . . . . .	121
11.4	Postulat 4: prawdopodobieństwo wyników pomiarowych . . . . .	121
11.4.1	Przypadek widma dyskretnego bez degeneracji . . . . .	122
11.4.2	Przypadek widma dyskretnego z degeneracją . . . . .	122
11.4.3	Przypadek widma ciągłego . . . . .	123
11.5	Postulat 5: pomiar – redukcja wektora stanu . . . . .	124
11.6	Postulat 6: ewolucja w czasie – równanie Schrödingera . . . . .	125
<b>12</b>	<b>Kwantowa teoria momentu pędu</b>	<b>126</b>
12.1	Orbitalny moment pędu – wstęp . . . . .	126
12.1.1	Podstawowe definicje . . . . .	126
12.1.2	Relacje komutacyjne . . . . .	127
12.2	Ogólny operator moment pędu . . . . .	128
12.2.1	Definicje i uwagi wstępne . . . . .	128
12.2.2	Relacje komutacyjne . . . . .	129
12.3	Wartości własne operatorów $\hat{\mathbf{J}}^2$ oraz $J_3 = J_z$ . . . . .	130
12.3.1	Wprowadzenie . . . . .	130
12.3.2	Wartość własna $m$ jest ograniczona . . . . .	131
12.3.3	Własności $J_{\pm}  j m\rangle$ . . . . .	131
12.3.4	Wartości własne $\hat{\mathbf{J}}^2$ oraz $J_3 = J_z$ . . . . .	132
12.3.5	Podsumowanie . . . . .	133
12.4	Wektory własne operatorów $\hat{\mathbf{J}}^2$ oraz $J_3 = J_z$ . . . . .	134
12.4.1	Konstrukcja stanów $ j m\rangle$ . . . . .	134
12.4.2	Reprezentacja standardowa . . . . .	135
<b>13</b>	<b>Orbitalny moment pędu</b>	<b>137</b>
13.1	Ogólne własności orbitalnego momentu pędu . . . . .	137
13.1.1	Przypomnienie wyników . . . . .	137
13.2	Wartości własne i wektory własne . . . . .	138
13.2.1	Elementy macierzowe . . . . .	138
13.3	Orbitalny moment pędu w reprezentacji położeniowej . . . . .	139
13.3.1	Współrzędne kartezjańskie i sferyczne . . . . .	139
13.3.2	Operatory $L_k$ we współrzędnych sferycznych . . . . .	140
13.3.3	Operator $\hat{\mathbf{L}}^2$ we współrzędnych sferycznych . . . . .	141
13.3.4	Wartości własne i funkcje własne $\hat{\mathbf{L}}^2$ i $L_3$ . . . . .	142
13.4	Harmoniki sferyczne . . . . .	144
13.4.1	Wprowadzenie . . . . .	144
13.4.2	Konstrukcja harmonik sferycznych . . . . .	145
13.4.3	Harmoniki sferyczne – zebranie informacji . . . . .	147
<b>14</b>	<b>Stany stacjonarne w potencjale centralnym</b>	<b>149</b>
14.1	Postawienie problemu . . . . .	149
14.1.1	Przypomnienie klasycznego problemu Keplera . . . . .	149
14.1.2	Hamiltonian kwantowo-mechaniczny . . . . .	150
14.2	Separacja zmiennych . . . . .	151
14.2.1	Zależność kątowa funkcji własnych . . . . .	151
14.2.2	Radialne równanie Schrödingera . . . . .	152
14.2.3	Zachowanie się funkcji radialnych w $r = 0$ . . . . .	153
14.3	Podsumowanie . . . . .	155
14.3.1	Równanie radialne . . . . .	155
14.3.2	Liczby kwantowe . . . . .	156
14.3.3	Degeneracja zasadnicza i przypadkowa . . . . .	156
14.4	Zagadnienie dwóch ciał . . . . .	156
14.4.1	Separacja zmiennych w mechanice kwantowej . . . . .	156
14.4.2	Wartości i funkcje własne Hamiltonianu . . . . .	158
<b>15</b>	<b>Atom wodoropodobny</b>	<b>161</b>
15.1	Wprowadzenie . . . . .	161
15.2	Stabilność atomu . . . . .	162
15.2.1	Dyskusja klasyczna . . . . .	162
15.2.2	Dyskusja kwantowo-mechaniczna . . . . .	162

15.3	Kwantowo-mechaniczna teoria atomu wodoropodobnego . . . . .	163
15.3.1	Równanie radialne – dyskusja własności . . . . .	163
15.3.2	Rozwiązanie równania radialnego . . . . .	165
15.3.3	Dyskusja rekurencji i kwantowanie energii . . . . .	168
15.3.4	Funkcje radialne – ogólne sformułowanie . . . . .	170
15.4	Dyskusja uzyskanych rezultatów . . . . .	171
15.4.1	Rzędy wielkości parametrów atomowych . . . . .	171
15.4.2	Poziomy energetyczne. Główna liczba kwantowa . . . . .	172
15.4.3	Radialne funkcje falowe . . . . .	173
15.4.4	Jawne wyrażenia dla kilku pierwszych funkcji radialnych . . . . .	175
15.4.5	Podsumowanie . . . . .	176
15.5	Obliczanie średnich $\langle r^s \rangle_{nl}$ . . . . .	177
15.5.1	Wprowadzenie . . . . .	177
15.5.2	Kilka przypadków szczególnych . . . . .	177
15.5.3	Wzór rekurencyjny Kramersa dla średnich $\langle r^s \rangle_{nl}$ . . . . .	178
<b>16</b>	<b>Oddziaływanie z polem elektromagnetycznym</b> . . . . .	<b>180</b>
16.1	Przypomnienie fizyki klasycznej . . . . .	180
16.1.1	Równania Lagrange'a . . . . .	180
16.1.2	Potencjał uogólniony $U_e$ dla cząstki w polu . . . . .	181
16.1.3	Formalizm kanoniczny (hamiltonowski) . . . . .	182
16.1.4	Krótką uwagę o cechowaniu . . . . .	183
16.1.5	Hamiltonian cząstki klasycznej . . . . .	184
16.2	Przybliżenie półklasyczne w mechanice kwantowej . . . . .	184
16.2.1	Hamiltonian . . . . .	184
16.2.2	Niezmienniczość ze względu na cechowanie . . . . .	185
16.2.3	Ciągłość prądu prawdopodobieństwa . . . . .	186
16.3	Cząstka bezspinowa w jednorodnym polu magnetycznym . . . . .	188
16.3.1	Wybór potencjału wektorowego . . . . .	189
16.3.2	Hamiltonian . . . . .	189
16.3.3	Dyskusja rzędów wielkości . . . . .	190
16.3.4	Interpretacja członu paramagnetycznego . . . . .	191
16.3.5	Interpretacja członu diamagnetycznego . . . . .	192
16.4	Normalny efekt Zeemana dla atomu wodoropodobnego . . . . .	192
16.4.1	Poziomy energetyczne . . . . .	193
<b>17</b>	<b>Teoria spinu 1/2</b> . . . . .	<b>196</b>
17.1	Wprowadzenie – braki dotychczasowej teorii . . . . .	196
17.2	Postulaty teorii Pauliego . . . . .	197
17.3	Własności momentu pędu – spinu 1/2 . . . . .	198
17.3.1	Sformułowanie abstrakcyjne . . . . .	198
17.3.2	Macierze Pauliego i operatory spinu 1/2 . . . . .	200
17.3.3	Spin w dowolnym kierunku . . . . .	202
17.4	Nierelatywistyczny opis cząstki o spinie 1/2 . . . . .	205
17.4.1	Wektory stanu – spinory . . . . .	205
17.4.2	Operatory i ich działanie na spinory . . . . .	207
17.4.3	Obliczanie prawdopodobieństw i wartości oczekiwanych . . . . .	210
<b>18</b>	<b>Dodawanie momentów pędu</b> . . . . .	<b>212</b>
18.1	Całkowity moment pędu . . . . .	212
18.1.1	Przypomnienie z mechaniki klasycznej . . . . .	212
18.1.2	Przykład kwantowo-mechaniczny . . . . .	212
18.1.3	Oddziaływanie spin-orbita – dyskusja wstępna . . . . .	214
18.2	Dodawanie dwóch momentów pędu . . . . .	215
18.2.1	Dyskusja i wprowadzenie . . . . .	215
18.2.2	Podstawowe własności operatora $\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$ . . . . .	217
18.2.3	Wartości własne (liczby kwantowe) $J$ oraz $M$ . . . . .	218
18.2.4	Wektory własne operatorów $\vec{J}^2$ i $J_3$ . . . . .	219
18.3	Współczynniki Clebscha-Gordana (CG) . . . . .	225
18.3.1	Wprowadzenie . . . . .	225
18.3.2	Własności współczynników CG . . . . .	225
<b>19</b>	<b>Stacjonarny rachunek zaburzeń</b> . . . . .	<b>231</b>
19.1	Istota problemu . . . . .	231
19.2	Rachunek zaburzeń dla stanu niezdegenerowanego . . . . .	233
19.2.1	Wprowadzenie . . . . .	233
19.2.2	Formalizm matematyczny . . . . .	234
19.2.3	Poprawki pierwszego rzędu . . . . .	237
19.2.4	Poprawki drugiego rzędu . . . . .	238
19.2.5	Dyskusja uzyskanych rezultatów . . . . .	240
19.2.6	Rachunek zaburzeń dla stanu niezdegenerowanego. Podsumowanie . . . . .	241
19.3	Rachunek zaburzeń dla stanu zdegenerowanego . . . . .	242
19.3.1	Wprowadzenie . . . . .	242
19.3.2	Formalizm rachunku zaburzeń z degeneracją . . . . .	243

19.3.3	Dyskusja macierzy zaburzenia . . . . .	245
19.3.4	Poprawki pierwszego rzędu do wektorów stanu . . . . .	247
19.3.5	Rachunek zaburzeń z degeneracją – podsumowanie . . . . .	248
<b>20</b>	<b>Rachunek zaburzeń z czasem</b>	<b>249</b>
20.1	Przybliżone rozwiązanie równania Schrödingera . . . . .	249
20.1.1	Zagadnienie stacjonarne – przypomnienie . . . . .	249
20.1.2	Wpływ zewnętrznego zaburzenia. Prawdopodobieństwo przejścia . . . . .	250
20.1.3	Prawdopodobieństwo przejścia w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń . . . . .	252
20.2	Zaburzenie harmoniczne . . . . .	253
20.2.1	Prawdopodobieństwo przejścia . . . . .	253
20.2.2	Własności funkcji pomocniczych . . . . .	256
20.2.3	Prawdopodobieństwo przejścia. Przybliżenie rezonansowe . . . . .	258
20.2.4	Zaburzenie stałe w czasie . . . . .	261
20.2.5	Szerokość rezonansu i zasada nieoznaczoności . . . . .	261
20.2.6	Warunki stosowalności . . . . .	262
20.2.7	Podsumowanie . . . . .	263
20.3	Sprzężenie ze stanami z continuum . . . . .	265
20.3.1	Dyskusja problemu . . . . .	265
20.3.2	Złota reguła Fermiego . . . . .	266
<b>21</b>	<b>Oddziaływanie atomów z falą elektromagnetyczną</b>	<b>267</b>
21.1	Prosta dyskusja zjawisk optycznych . . . . .	267
21.1.1	Gęstość modów we wnęce . . . . .	267
21.1.2	Rozkład Plancka . . . . .	268
21.1.3	Współczynniki $A$ i $B$ Einsteina . . . . .	270
21.2	Oddziaływanie atomu z falą elektromagnetyczną . . . . .	273
21.2.1	Hamiltonian oddziaływania . . . . .	273
21.2.2	Prawdopodobieństwo przejścia, cz. I . . . . .	276
21.2.3	Prawdopodobieństwo przejścia, cz. II . . . . .	278
21.2.4	Reguły wyboru . . . . .	280
21.2.5	Współczynniki $A$ i $B$ Einsteina . . . . .	282
21.2.6	Stosowalność rachunku zaburzeń . . . . .	284
<b>II</b>	<b>ROZDZIAŁY UZUPEŁNIAJĄCE I ĆWICZENIOWE</b>	<b>1</b>
<b>22 (U.1)</b>	<b>Cząstki i fale</b>	<b>1</b>
22.1	Doświadczenia z polaryzacją fotonu . . . . .	1
22.1.1	Przypomnienie . . . . .	1
22.1.2	Trzy polaryzatory . . . . .	2
<b>23 (U.2)</b>	<b>Funkcje falowe i równanie Schrödingera</b>	<b>4</b>
23.1	Równanie Kleina–Gordona . . . . .	4
23.2	Jednowymiarowe równanie Schrödingera . . . . .	4
23.2.1	Ogólne omówienie . . . . .	4
23.2.2	$U(x)$ – funkcja parzysta . . . . .	6
23.3	Jednowymiarowa, nieskończona studnia potencjału . . . . .	7
23.3.1	Wprowadzenie . . . . .	7
23.3.2	Rozwiązanie równania Schrödingera . . . . .	7
23.3.3	Funkcje falowe . . . . .	8
23.3.4	Podsumowanie . . . . .	9
23.4	Jednowymiarowa, skończona studnia potencjału . . . . .	10
23.4.1	Wprowadzenie . . . . .	10
23.4.2	Stany związane . . . . .	10
23.4.3	Stany rozproszeniowe . . . . .	17
23.4.4	Rozpraszanieiskoenergetyczne . . . . .	21
23.5	Cząstka swobodna i pakiet falowy . . . . .	25
23.5.1	Pakiet falowy . . . . .	26
23.5.2	Pakiet gaussowski . . . . .	27
23.5.3	Ewolucja pakietu gaussowskiego . . . . .	29
23.5.4	Dyskusja . . . . .	31
<b>24 (U.3)</b>	<b>Podstawy formalizmu mechaniki kwantowej</b>	<b>33</b>
24.1	Wartości oczekiwane i dyspersje dla stanu superponowanego . . . . .	33
24.1.1	Założenia wstępne . . . . .	33
24.1.2	Obliczenia elementów macierzowych . . . . .	34
24.1.3	Dyspersja energii . . . . .	34
24.2	Pomiary i stany pośrednie . . . . .	35
24.2.1	Doświadczenie 1: dwa kolejne pomiary . . . . .	35
24.2.2	Doświadczenie 2: bez stanu pośredniego . . . . .	36
24.2.3	Dyskusja . . . . .	37

<b>25 (U.4) Równanie Schrödingera</b>	<b>38</b>
25.1 Pakiet falowy – raz jeszcze . . . . .	38
25.1.1 Wartości oczekiwane $\langle x \rangle$ i $\langle x^2 \rangle$ . . . . .	38
25.1.2 Wartości oczekiwane $\langle p \rangle$ i $\langle p^2 \rangle$ . . . . .	39
25.2 Uogólnione twierdzenie o wirale . . . . .	40
<b>26 (U.5) Zasada nieoznaczoności</b>	<b>42</b>
26.1 Pakiet falowy minimalizujący zasadę nieoznaczoności . . . . .	42
26.1.1 Wyprowadzenie postaci pakietu . . . . .	42
26.1.2 Dyskusja wyników . . . . .	44
26.2 Dyskusja doświadczenia interferencyjnego . . . . .	44
<b>27 (U.6) Oscylator harmoniczny</b>	<b>47</b>
27.1 Rozwiązanie przez rozwinięcie w szereg . . . . .	47
27.1.1 Ogólna postać rozwiązań . . . . .	47
27.1.2 Dyskusja rozwinięć. Kwantowanie energii . . . . .	48
27.2 Alternatywna postać funkcji falowych . . . . .	50
27.3 Szacowanie energii stanu podstawowego z zasady nieoznaczoności . . . . .	52
27.4 Operatory anihilacji i kreacji. Oscylator harmoniczny . . . . .	54
27.4.1 Operatory anihilacji i kreacji – ogólna teoria . . . . .	54
27.4.2 Operatory anihilacji i kreacji – podsumowanie . . . . .	58
27.4.3 Zastosowanie do oscylatora harmonicznego . . . . .	59
<b>28 (U.7) Notacja Diraca</b>	<b>64</b>
28.1 Przestrzeń dualna. Pojęcie bra . . . . .	64
28.2 Operatory i ich sprzężenia . . . . .	65
<b>29 (U.8) Reprezentacje w przestrzeni Hilberta</b>	<b>68</b>
29.1 Reprezentacje – dyskusja praktyczna . . . . .	68
29.1.1 Wprowadzenie . . . . .	68
29.1.2 Dyskusja zagadnień praktycznych . . . . .	69
29.1.3 Dowolny stan $ \psi\rangle$ . . . . .	70
29.1.4 Uwagi końcowe . . . . .	72
29.2 Zmiany reprezentacji . . . . .	72
29.2.1 Dwie reprezentacje: "stara" i "nowa" . . . . .	72
29.2.2 Własności transformacji . . . . .	73
29.2.3 Uwagi końcowe . . . . .	76
<b>30 (U.9) Reprezentacje położeniowa i pędowa</b>	<b>77</b>
30.1 Operator pędu w reprezentacji położeniowej. Twierdzenie pomocnicze . . . . .	77
30.2 Funkcje falowe oscylatora harmonicznego w reprezentacji pędowej . . . . .	78
<b>31 (U.10) Ewolucja układów kwantowych w czasie</b>	<b>81</b>
31.1 Równanie Schrödingera i operator ewolucji . . . . .	81
31.1.1 Podstawowe definicje . . . . .	81
31.1.2 Własności operatora ewolucji . . . . .	81
31.1.3 Postać operatora ewolucji . . . . .	83
31.2 Obraz Schrödingera . . . . .	84
31.3 Obraz Heisenberga . . . . .	85
31.3.1 Wektor stanu w obrazie Heisenberga . . . . .	85
31.3.2 Operatory w obrazie Heisenberga . . . . .	85
31.3.3 Ewolucja operatora w obrazie Heisenberga . . . . .	86
31.3.4 Pewne dodatkowe własności obrazu Heisenberga . . . . .	87
31.4 Obraz oddziaływania . . . . .	88
31.4.1 Wektor stanu w obrazie oddziaływania . . . . .	89
31.4.2 Równanie Schrödingera w obrazie oddziaływania . . . . .	89
31.4.3 Operatory i ich ewolucja w obrazie oddziaływania . . . . .	90
31.5 Ewolucja stanu układu w obrazie oddziaływania . . . . .	92
31.5.1 Postawienie problemu . . . . .	92
31.5.2 Rozwiązanie iteracyjne . . . . .	92
31.6 Interpretacja szeregu iteracyjnego . . . . .	93
<b>32 (U.11) Obroty i moment pędu</b>	<b>96</b>
32.1 Wprowadzenie . . . . .	96
32.2 Podstawowe własności obrotów w $\mathbb{R}^3$ . . . . .	96
32.2.1 Obrót wektora . . . . .	96
32.2.2 Obroty nieskończenie małe . . . . .	98
32.2.3 Własności obrotów . . . . .	98
32.3 Operatory obrotów w przestrzeni stanów (bez spinu) . . . . .	99
32.3.1 Definicja operatora obrotu . . . . .	99
32.3.2 Własności operatora obrotu . . . . .	100
32.3.3 Transformacja obserwabli . . . . .	101
32.4 Obroty i momentu pędu . . . . .	102
32.4.1 Obrót nieskończenie mały . . . . .	102

32.4.2	Operator skończonego obrotu i moment pędu . . . . .	103
32.4.3	Transformacje obserwabli . . . . .	104
32.5	Relacje komutacyjne . . . . .	104
32.6	Uwagi końcowe . . . . .	106
32.6.1	Całkowity moment pędu . . . . .	106
32.6.2	Niezmienniczość przy obrotach . . . . .	107
<b>33 (U.12)</b>	<b>Potencjał centralny</b>	<b>109</b>
33.1	Układ środka masy i ruch względny. Przypomnienie z fizyki klasycznej . . . . .	109
33.2	Model molekuly dwuatomowej. Potencjał Kratzera . . . . .	111
33.2.1	Wprowadzenie . . . . .	111
33.2.2	Radialne równanie Schrödingera . . . . .	112
33.2.3	Pełna funkcja falowa . . . . .	115
33.2.4	Kwantowanie energii . . . . .	116
33.2.5	Rozwinięcie potencjału w otoczeniu $r_{min} = a$ . . . . .	117
33.2.6	Dyskusja przybliżonego wyrażenia dla $E_{nl}$ . . . . .	118
33.2.7	Wartość $\langle r \rangle$ w stanie podstawowym . . . . .	120
<b>34 (U.13)</b>	<b>Atom wodoropodobny</b>	<b>122</b>
34.1	Model Bohra – przypomnienie . . . . .	122
34.1.1	Postulaty Bohra . . . . .	122
34.1.2	Obliczenia $E_n$ i $r_n$ . . . . .	123
34.2	Pęd radialny w atomie wodoropodobnym . . . . .	124
34.2.1	Uwagi wstępne . . . . .	124
34.2.2	Pęd radialny . . . . .	125
34.2.3	Równania ruchu dla wielkości radialnych . . . . .	126
34.3	Wzór rekurencyjny Kramersa dla $\langle r^s \rangle_{nl}$ . . . . .	126
34.3.1	Zastosowanie twierdzenia o wirale . . . . .	127
34.3.2	Wykorzystanie równań ruchu dla wielkości radialnych . . . . .	127
34.3.3	Pomocnicze wartości oczekiwane . . . . .	128
34.3.4	Ostatni etap obliczeń . . . . .	129
<b>35 (U.14)</b>	<b>Oddziaływanie z polem elektromagnetycznym</b>	<b>131</b>
35.1	Niezmienniczość ze względu na cechowanie . . . . .	131
35.1.1	Niezmienniczość równania Schrödingera . . . . .	131
35.1.2	Niezmienniczość prądu prawdopodobieństwa . . . . .	134
35.2	Cechowanie i mechanika kwantowa . . . . .	135
35.2.1	Uwagi wstępne . . . . .	135
35.2.2	Transformacja wektora stanu . . . . .	136
35.2.3	Ewolucja wektora stanu . . . . .	138
<b>36 (U.15)</b>	<b>Spin 1/2</b>	<b>140</b>
36.1	Spin 1/2 w polu magnetycznym . . . . .	140
36.1.1	Wprowadzenie . . . . .	140
36.1.2	Pole statyczne i pole zmienne w czasie . . . . .	140
36.1.3	Równanie Schrödingera . . . . .	141
36.1.4	Dygresja matematyczna . . . . .	143
36.1.5	Rozwiązanie równania (36.22) . . . . .	144
36.1.6	Pole statyczne. Precesja Larmora . . . . .	146
36.1.7	Oscylacje Rabiego . . . . .	147
36.2	Pewne własności macierzy Pauliego . . . . .	150
<b>37 (U.16)</b>	<b>Dodawanie momentów pędu</b>	<b>152</b>
37.1	Złożenie orbitalnego momentu pędu i spinu 1/2 . . . . .	152
37.1.1	Przejście do bazy sprzężonej . . . . .	152
37.1.2	Obliczenia współczynników CG . . . . .	153
37.1.3	Stany bazy sprzężonej w reprezentacji położeniowej . . . . .	159
37.1.4	Przykład zastosowania: $l = 1$ i $s = \frac{1}{2}$ . . . . .	160
37.1.5	Stany bazy niesprężonej via stany sprzężone . . . . .	161
37.1.6	Unitarność współczynników Clebscha–Gordana . . . . .	162
37.1.7	Przykład zastosowania . . . . .	162
<b>38 (U.17)</b>	<b>Zastosowania stacjonarnego rachunku zaburzeń</b>	<b>166</b>
38.1	Struktura subtelna w atomie wodoropodobnym . . . . .	166
38.1.1	Hamiltonian i jego dyskusja . . . . .	166
38.1.2	Poprawka do energii kinetycznej . . . . .	169
38.1.3	Oddziaływanie spin-orbita . . . . .	173
38.1.4	Struktura subtelna . . . . .	178
<b>39 (U.18)</b>	<b>Metoda wariacyjna</b>	<b>181</b>
39.1	Metoda wariacyjna . . . . .	181
39.1.1	Uwagi wstępne . . . . .	181
39.1.2	Twierdzenia pomocnicze . . . . .	181
39.1.3	Funkcjonał $E(\phi)$ szacuje energię od góry . . . . .	182

39.1.4	Procedura obliczeń metodą wariacyjną . . . . .	184
39.2	Przykład: energia stanu podstawowego atomu helopodobnego . . . . .	185
39.2.1	Omówienie problemu . . . . .	185
39.2.2	Wybór funkcji próbnej. Konstrukcja funkcjonału $E(\phi)$ . . . . .	186
39.2.3	Dyskusja wyników . . . . .	191
39.2.4	Pierwszy rząd rachunku zaburzeń . . . . .	192
<b>40 (U.19)</b>	<b>Zaburzenia zależne od czasu</b>	<b>194</b>
40.1	Rachunek zaburzeń zależny od czasu . . . . .	194
40.1.1	Omówienie problemu . . . . .	194
40.1.2	Przybliżona ewolucja wektora stanu . . . . .	194
40.1.3	Prawdopodobieństwo przejścia . . . . .	195
40.2	Atom wodoru w zmiennym polu elektrycznym . . . . .	197
40.2.1	Wprowadzenie . . . . .	197
40.2.2	Prawdopodobieństwo przejścia – obliczenia . . . . .	198
40.2.3	Prawdopodobieństwo przejścia $ 1, 0, 0\rangle \rightarrow  2, l, m\rangle$ . . . . .	200
40.2.4	Stosowność rachunku zaburzeń . . . . .	201
40.3	Przybliżenie sekularne . . . . .	201
40.3.1	Uwagi wstępne . . . . .	201
40.3.2	Stany istotne w okolicach rezonansu . . . . .	202
40.3.3	Zaniedbanie stanów nierezonansowych . . . . .	203
40.3.4	Zaniedbanie składników szybko oscylujących . . . . .	204
40.3.5	Rozwiązanie równań . . . . .	205
<b>III</b>	<b>DODATKI MATEMATYCZNE</b>	<b>1</b>
<b>A</b>	<b>Konfluentna funkcja hipergeometryczna</b>	<b>1</b>
<b>B</b>	<b>Wielomiany Hermite’a i ich własności</b>	<b>4</b>
B.1	Definicje . . . . .	4
B.2	Relacje rekurencyjne i równanie różniczkowe Hermite’a . . . . .	5
B.3	Całki z wielomianami Hermite’a . . . . .	6
B.4	Inne sposoby obliczania całek . . . . .	9
<b>C</b>	<b>Harmoniki sferyczne</b>	<b>10</b>
C.1	Wprowadzenie . . . . .	10
C.1.1	Całka normalizacyjna $I_p(n)$ . . . . .	10
C.2	Wyprowadzenie postaci $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ dla $m < l$ . . . . .	12
C.2.1	Zastosowanie operatora obniżającego . . . . .	12
C.2.2	Operator $(L_-/\hbar)^k$ w reprezentacji położeniowej . . . . .	13
C.2.3	Harmoniki $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ . . . . .	15
C.3	Jawne obliczenia pewnych harmonik sferycznych . . . . .	15
C.4	Inny sposób konstrukcji . . . . .	17
C.5	Harmoniki i ich sprzężenia zespolone . . . . .	19
C.6	Relacja rekurencyjna dla harmonik sferycznych . . . . .	19
<b>D</b>	<b>Wielomiany Legendre’a, itp.</b>	<b>25</b>
D.1	Wielomiany Legendre’a . . . . .	25
D.2	Stowarzyszone funkcje Legendre’a . . . . .	27
D.3	Harmoniki sferyczne . . . . .	28
D.3.1	Związek ze stowarzyszonymi funkcjami Legendre’a . . . . .	28
D.3.2	Parzystość harmonik sferycznych . . . . .	29
D.3.3	Harmoniki sferyczne to funkcje własne $\hat{L}^2$ i $L_z$ . . . . .	29
<b>E</b>	<b>Uwagi o wielomianach Laguerre’a</b>	<b>31</b>
E.1	Podstawy – definicje . . . . .	31
E.2	Całki z wielomianami Laguerre’a . . . . .	32