

## **Mechanika Kwantowa kolokwium II**

1. (7 pkt.) Rozważ odbicie cząstki swobodnej od prostokątnej bariery potencjału  $V_0$ . Wyznacz współczynnik odbicia i transmisji gdy  $E > V_0$ .
1. (7 pkt.) Stosując metodę algebraiczną (operatorów kreacji i anihilacji) wyznacz dozwolone poziomy energetyczne prostego kwantowo-mechanicznego oscylatora harmonicznego oraz jego funkcje falowe dla stanu podstawowego i pierwszego stanu wzbudzonego.
2. (3 pkt.) Stan koherentny  $|z\rangle = D(z)|0\rangle$ ,  $z \in \mathbb{C}$  powstający przez działanie operatora przesunięcia  $D(z)$  na stan podstawowy  $|0\rangle$  oscylatora harmonicznego jest stanem własnym operatora anihilacji  $\hat{a}$ . Udowodnij, że istotnie stany  $|z\rangle$  są stanami podstawowymi operatora  $\hat{a}$ . Wyznacz wartości własne odpowiadające takim stanom. Operator przesunięcia zdefiniowany jest następująco:
$$D(z) = \exp(z\hat{a}^\dagger - z^*\hat{a})$$
3. (2pkt.)
  - a) Zapisz ogólną postać zaleźnego i niezależnego od czasu równania Schrodingera.
  - b) Zapisz ogólną postać stanów stacjonarnych.
  - c) Czym jest stała ruchu w mechanice kwantowej? Zapisz równanie wskazujące, że operator  $Q$  reprezentuje stałą ruchu.
  - d) Zapisz warunek normalizacyjny dla harmonik sferycznych  $Y(\Theta, \varphi)$ .
  - e) Podaj przykład dwóch operatorów hermitowskich i dwóch niehermitowskich.
  - f) Podaj brzmienie drugiego postulat mechaniki kwantowej (o operatorach i obserwablach).
  - g) Jaka jest najbardziej prawdopodobna wartość położenia  $r$  elektronu w stanie podstawowym atomu wodoru?.
  - h) Zapisz związek komutacyjny składowych operatora momentu pędu.