Kolokwium nr 1 . mgr Wilczewskiego z równań różniczkowych Kierunek : Informatyka Stosowana gr. I 26.11.2003

zad.1

a) $y' = \dfrac{1-3x-3y}{1+x+y}$

b) $y' = 3x - 2y + 5$

c) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{x\cos y + a\sin 2y}$ a=const.

d) $y'' - 4y - \dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+1} = 0$

e) $x^2y'' + xy' + y = \sin(\ln\ x)$

zad.2

Dane jest równanie różniczkowe: P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0 które nie jest równaniem różniczkowym zupełnym. Omów metodę rozwiązania przez sprowadzenie do równania zupełnego. Przyjmij ze współczynnik całkujący u jest funkcja jednej zmiennej u=u(x).

zad.3

Udowodnić że równanie różniczkowe postaci:

$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$

można przez zamianę zmiennych y(x)->y(t), t(x) sprowadzić do równania różniczkowego o stałych współczynnikach tylko wówczas gdy zachodzi:

$\dfrac{p(x)}{\sqrt{q(x)}} + \dfrac{q'(x)}{2q(x)^{\frac{3}{2}}} = c = const$

zad.4

Zgodnie z druga zasada dynamiki Newtona ruch ciała o masie ośrodku zawieszonego w ośrodku o współczynniku tłumienia p na nieważkiej sprężynie o stałej sprężystości k opisane jest przez tzw. równanie oscylatora mx''+px'+kx=f(t) gdzie f(t) jest siła wymuszajaca (dla drgań swobodnych f(t)=0) natomiast ω_0 jest częstotliwością drgań własnych. Wyznaczyć funkcje x=x(t) opisującą ruch ciała przyjmując ze na ciało działa wymuszajaca siła harmoniczna postaci f(t)=Fsin(wt), F=const. Ruch odbywa się w ośrodku bez tłumienia p=0. Przyjąć ze częstość siły wymuszającej ω jest równa częstości drgań własnych ω, tzn.: w=w0.Przyjac warunki początkowe:
x(0)=0, v(0)=0.